



TITLE:

# 数式処理と初等中等教育 (数式処理と教育 : 数学教育における数式処理システムの効果的利用に関する研究)

AUTHOR(S):

大橋, 真也

---

CITATION:

大橋, 真也. 数式処理と初等中等教育 (数式処理と教育 : 数学教育における数式処理システムの効果的利用に関する研究). 数理解析研究所講究録 2009, 1624: 61-66

ISSUE DATE:

2009-01

URL:

<http://hdl.handle.net/2433/140271>

RIGHT:

## 数式処理と初等中等教育

千葉県立東葛飾高等学校 大橋 真也 (Shinya Oohashi)  
Higashi-Katsushika HighSchool

### あらすじ

小中学校の新学習指導要領が2008年の3月に発表になり、学習指導要領解説も7月に明らかになった。高等学校の学習指導要領及び各教科の解説もまもなく発表される。今回の学習指導要領の変更で大きなものは、現学習指導要領にも明記されていた「算数的活動」や「数学的活動」を今まで以上に時間をかけて扱えるように配慮した点であろう。「数学的活動」というとどのようなことを意味するのか理解しにくい部分もあるが、この活動の中に数式処理ソフトの考え方を入れて、中学校や高等学校の数学教育に新しい学習形態や学習内容を取り入れたいと考えている。

## 1 はじめに

初等中等教育では、現在新学習指導要領が話題であり、小中学校では来年度より移行措置が行われる。すでに新聞などでも取り上げられているとおり、今回の学習指導要領の変更で、数学や理科の時間増が注目されてきている。この発表では、新学習指導要領の中学校や高等学校において、生徒の数式処理の活用や先生が数式処理ソフトにより提示教材を作成していく必要性について考えていきたい。

## 2 新学習指導要領

新学習指導要領は小中学校では、3月には告示がなされ、その各教科の指導内容の詳細にあたる学習指導要領解説も7月に発表になっている。また高等学校のものについても今年中に発表の予定である。変更点は多くあるが、中学校では、現行では各学年週3時間しかなかった数学の時間が、1, 3年次に週4時間となり、時間増になる。内容的には、現課程でいったんは高等学校に移行した内容が一部元に戻り、スパイラルが崩れていった現行の教育課程を多少なりとも修復する内容になってきている。統計分野として、前課程にはあったが、現行では削除された「資料の整理」が今回は、「資料の活用」という分野として、「整理」から一歩進んだ形で導入されたことも新たな点であろう。

また大きな点として、時間増になった内容の大きな部分を占めるものとして、「算数的活動」や「数学的活動」と呼ばれる活動が、学習指導要領の中に具体的な例示と共に記載されたところも新しい点である。

(ア) 算数科、数学科については、その課題を踏まえ、小・中・高等学校を通じて、発達段階に応じ、算数的活動・数学的活動を一層充実させ、基礎的・基本的な知識・技能を確実に身に付け、数学的な思考力・表現力を育て、学ぶ意欲を高めるようにする。

(中略)

(オ) 算数的活動・数学的活動は、基礎的・基本的な知識・技能を確実に身に付けるとともに、数学的な思考力・表現力を高めたり、算数・数学を学ぶことの楽しさや意義を実感したりするために、重要な役割を果たすものである。算数的活動・数学的活動を生かした指導を一層充実し、また、言語活動や体験活動を重視した指導が行われるようにするために、小・中学校では各学年の内容において、算数的活動・数学的活動を具体的に示すようにするとともに、高等学校では、必修科目や多くの生徒の選択が見込まれる科目に「課題学習」を位置付ける。

中学校の数学の目標にも以下のような表記を見ることができる。

① 数学的活動の楽しさや数学のよさを実感することができるようにすること

生徒が数学の学習に主体的に取り組むことができるようになるためには、数学的活動の楽しさや数学のよさを実感することが大切であり、そのためには数学的活動を通して指導することが重要である。新たに「数学的活動を通して」及び「数学的活動の楽しさや数学のよさを実感し」と示すことでこの点を明確にした。

「数学的活動の楽しさ」については、これまでと同様、単に楽しく活動をするという側面だけではなく、それによって生徒にどのような知的成長がもたらされるかという質的側面にも目を向ける必要がある。

「数学のよさ」を実感できるようにすることは、数学の学習に意欲的に取り組むことができるようにすることに本来のねらいがある。「数学のよさ」には、例えば「数量の関係を方程式で表すことができれば、形式的に変形して解を求めることができる」といった数学的な表現や処理のよさがある。また、数量や図形などに関する基礎的な概念や原理・法則のよさ、数学的な見方や考え方のよさなども含まれる。さらに、数学が生活に役立つこと、数学が科学技術を支え相互にかかわって発展してきたことなどにかかわる知識も「数学のよさ」である。

数学的な活動に関しても楽しいものとして、定義されている。

④ 「数学的活動の楽しさや数学のよさを実感し」について

「数学的活動の楽しさ」については「数学のよさ」とともに実感することとしている。これは、これまで以上に情意的な側面を大切に、数学を学ぶことへの意欲を高めるとともに、数学的活動に主体的に取り組むことができるようにし、数学を学ぶ過程を大切にするとの趣旨によるものである。すなわち、単にでき上がった数学を知るだけでなく、事象を観察して法則を見つけたり、具体的な操作や実験を試みて数学的内容を帰納したりするなどして、数や図形の性質などを見だし、発展させる活動を通して数学を学ぶことを重視するためである。さらに、活動を通して数学を学ぶことを体験する機会を設け、その過程で様々な工夫、驚き、感動を味わい、数学を学ぶことの面白さ、考えることの楽しさを味わえるようにすることが大切である。その過程においては、数学的な知識及び技能、数学的な見方や考え方も用いられ、質的に高まることも期待している。

### 3 数学的活動

ここで「数学的活動」について考えてみよう。学習指導要領解説の中には、「数学的活動」という言葉が166回も登場してきているが、これはどのような活動なのだろうか。

数学的活動について

数学的活動とは、生徒が目的意識をもって主体的に取り組む数学にかかわりのある様々な営みである。ここで、「数学にかかわりのある様々な営み」として中学校数学科において重視しているのは、数や図形の性質などを見いだす活動、数学を利用する活動及び数学的な表現を用いて説明し伝え合う活動である。もちろん、これらの数学的活動は基本的に問題解決の形で行われ、その過程では、試行錯誤をしたり、操作したり、資料を収集整理したり、実験したり、観察したりするなど数学にかかわりのある様々な営みが行われるが、(数学的活動)では上述した三つの数学的活動を示している。数学的活動については、生徒が自立的、主体的に取り組む機会を意図的、計画的に設けることとしている。

学習指導要領の中では、以上のように定義されているが、解説には書かれていないが、「数学的活動」とするものには、「内的活動」と呼ばれているものと「外的活動」と呼ばれている2種類の活動がある。実際に外に出たり、何か制作をすることなどの活動を「外的活動」とし、数学的思考や表現力、議論などを進めていく活動を「内的活動」と呼んでいる。今回の改訂では、この「内的活動」の重視を目的としている。

「内的活動」の重視は、「内的活動」のみを実施するという意味ではない。「外的活動」やその他既習事項を通じて「内的活動」を行うことが以下からも読み取ることができる。

中教審答申においては、学びとその指導にかかわって、「習得」、「活用」及び「探究」のいずれもが強調されている。その背景には、世の中における「習得型の教育」と「探究型の教育」の間の乖離、すなわち、対立的なとらえ方に危機感を持ち、その意識を改善するねらいがある。

「習得」は、大切なことはしっかり教えることを示唆する。「探究」は、習得したことを自在に使いこなす問題を解決することであり、また、その過程で数や図形の性質などを見いだしたり、数学を利用したりすることの必要性に気付く機会が生まれる。そして、それらを説明し伝え合うことで数学的活動の動機付けを強化することとなる。「探究」の過程においては、「習得」したことを「活用」できることが必要である。注意しなければならないのは、「習得」、「活用」及び「探究」はこの順番に進むだけではなく、相互に関連しあって展開していくと考えられることである。知識及び技能を「活用」することでその「習得」がより一層深まったり、「探究」の過程で知識及び技能の「習得」やそれを「活用」することについて見直したりすることにも留意しなければならない。

「数学的活動」というと危惧されるのは、「総合的な学習の時間」のように総合的に科目横断型の学習のための時間を設定したのにもかかわらず、何をしてよいのかは学校に任されていたために十分に活用できていなかった実情があり、このため新学習指導要領では「総合的な学習の時間」が大幅に削減されている。「数学的活動」もこのように何をしたらよいのかが現場で十分に理解されないまま、目的と異なる方向へ進んでいくのではないかと考えられるのである。しかしながら学習指導要領解説には、具体的な例もいくつか提示されており、また数学では教科書もそれに従って作成されるので、学校の裁量ではなく、教科書の内容を元にした教員の裁量で「数学的活動」が展開されることになる。

## 4 それらの間を埋めるもの

「数学的活動」とは、「外的活動」ばかりではなく、「内的活動」も行うことが必要である。校舎の外に出て校舎の高さを測る実践もよいのだが、それで終わってしまっただけではあまり意味がない。

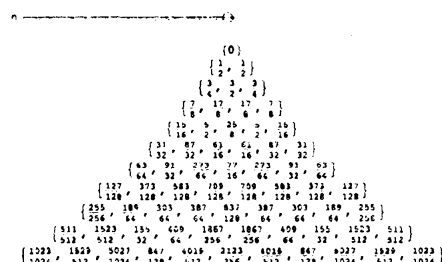
「外的活動」や既習事項をもとにして、「活用」を行い、知識吸収型の学習から「活用」や「探究」を進めていくことが必要になる。そのための教材や題材は教員が考えて作らなければならないのである。このような題材や教材の作成は、コースウェアや道筋を厳格に定めたようなものではなく、生徒の多様な発想を認めていくようなオープンエンドな教材の開発が必要になると考える。

ここで意味を持つてくるのが、数式処理ではないのだろうか。生徒が自由に考えを広げていくのに必要なものとして、教科書だけでなく、様々な可能性を持っている数式処理を生徒に与えたり、「活用」をさせることにより、「探究」的な学びを実現できるのではないだろうか。また「探究」を進めていく道具や「探究」結果を検証するための道具としても数式処理ソフトは活用されることだろう。

ここでいくつかの例を挙げよう。

- 3次関数の各係数が、それぞれそのグラフにどのような関係があるのか、数式処理ソフトやグラフ電卓を用いて「探究」し、自分なりの表現で表し、それをグループで共有し、その結果がなぜ起こるのかを考察させる活動
- 体育祭の組み体操の人間ピラミッドを行う場合、何段になると真ん中の人の加重はどの程度になるのかを計算させ、計画させる。またそれらの段数を増やしていくとどのような性質が表れるのかを筆算や電卓、コンピュータを用いて推定させ、なぜそのような結果になるのかを考察し、自分の言葉で表現する活動。

```
Manipulate[Column[SortList[(Append[n - 1, 0] + Prepend[n - 1, 0]) / 2 &, {0}, n], Center],
  {n, 1, 10, 1}]
```



など様々なものが考えられる。必要なことは既習事項を使うことはもちろんであるが、結論のはっきりしているもので説明できるものばかりを扱わないことである。中学校や高等学校の既習事項では解決はできないが、それ以上の内容を既習事項や推定や論理的思考によって組み立てさせることが必要になるのである。そのため教員が必ず答えを提示する必要はなく、ファシリテータ的な役割が重要になる。

## 5 数式処理を用いた学習

新学習指導要領解説の数学におけるコンピュータや電卓の扱いは以下のように示されている。

### ① 計算機器としての活用

計算機器としてのそろばん、電卓、コンピュータなどの活用について、例えば電卓について考えると、基礎的な計算力を身に付けることは必要なことではあるが、複雑な計算を伴うものについては、電卓を活用することにより、学習効果を一層深めることができる。

(中略)

また、電卓の手軽さとコンピュータの簡易機能を持ち合わせたグラフが表示できる電卓も活用することが考えられる。関数式の係数の値を変化させたときにグラフがどのように変化するかを連続的に調べたり、方程式の解を簡単に求めたりすることができる。

(略)

### ② 教具としての活用

教具としてのコンピュータは、それを活用して教師の指導方法を工夫改善していく道具であると同時に、観察、操作や実験などの活動を通して生徒が学習を深めたり、数学的活動の楽しさを実感したりできるようにする道具である。「D 資料の活用」にかかわる活用の例は、すでに第2章で紹介したが、それ以外にも例えば、「A 数と式」の指導においては、文字を用いた式の計算の確実な定着を図るために、個々の生徒に応じて補充、習熟といった学習に用いることができる。「B 図形」の指導においては、三角形の2辺の中点を結んだ線分について、この「2辺の中点を結ぶ」という条件が当てはまる図形を、ディスプレイ上でいろいろな形に変形することにより、形は変わっても長さの比が一定であることに気付くなど、その中に含まれる図形の性質を見つけることができる。「C 関数」の指導においては、グラフの  $x$  の値を細かく取って、その形状をより正確に表示したり、 $x$  の値の変化に応じて座標上の点を動かし表示したりすることができる。また、一次関数  $y = ax + b$  について、 $b$  の値を固定し  $a$  の値を変化させる、あるいは  $a$  の値を固定し  $b$  の値を変化させることによってグラフの変化の様子を考察するなど、条件設定を状況に応じて自在に変えながら考えを進めることができる。課題学習の指導においても、学習効果を高められると判断できるものについては、必要に応じてコンピュータ等を活用する。このように数学的な性質の発見という場面でコンピュータを活用することについても特に配慮する必要がある。

また、その活用の形態については、コンピュータ教室などで生徒一人が一台のコンピュータを用いて学習するだけでなく、普通教室にノートパソコンと液晶プロジェクタを持ち込んで提示器具として用いるなど、指導内容との関係で柔軟に対応できるようにすることも考えられる。

以前とは異なり、図形処理ソフトや数式処理ソフト、グラフ作成ソフトなどの活用が想定されていると読み取ることはできないだろうか。

## 6 おわりに

このような「数学的活動」を十分に活用し、生徒に「数学のよさ」を実感してもらうためには、新しい学習指導要領の内容に対応できるような楽しい教科書や教材を作るこ

とが現在必要である。先生方に生徒の自由な発想を伸ばしていくようないままでは異なる考え方の教材の開発や数式処理ソフトの活用方法が現在様々な場所では実施されており、それらによって中学校や高等学校の先生方により、親しみのある数式処理ソフトの活用を考えていきたい。